

Anno Scolastico 2021-2022 - Classe 3KA - Esperienze di Fisica, Novembre 2021

Con il contributo di:

Benedetta Giammusso

Giulia Chiara Parma

Luca Petrotta

Veronica Vazzano

## **Verifica della legge di composizione dei vettori forza peso**

### **Introduzione**

L'obiettivo di questa esperienza è verificare la validità della teoria dei vettori applicata alle forze peso, confrontando il valore degli angoli formati in un sistema di carrucole in equilibrio in relazione all'intensità dei pesi agganciati su di esso.

### **La legge di composizione dei vettori**

Per una descrizione dei vettori e delle relative operazioni di composizione e per una introduzione all'impiego dei vettori per la descrizione delle forze in fisica, si veda il seguente link:

[https://staticmy.zanichelli.it/catalogo/assets/9788808938060\\_04\\_CAP.pdf](https://staticmy.zanichelli.it/catalogo/assets/9788808938060_04_CAP.pdf)

Ai fini di questa relazione, notiamo in sintesi che:

- i vettori sono enti matematici con regole definite per le operazioni di somma e differenza, operazioni che danno luogo ad altri vettori;
- in fisica, alcune grandezze si comportano come vettori;
- la esperienza descritta in questa relazione ha lo scopo di verificare che una di queste grandezze fisiche, la forza peso, effettivamente si comporti come un vettore riguardo alle operazioni suddette.

### Disposizione sperimentale e piano delle prove

Per verificare la legge di composizione dei vettori nel caso della forza peso, si usa uno strumento formato da un sostegno avente due carrucole, su cui è posta una fune. Alle estremità della fune vengono agganciati i pesi  $p_1$  e  $p_3$ .

Inoltre è possibile appendere un peso  $p_2$  al centro del filo, tra le due carrucole.

Si forma così un angolo, che chiamiamo  $\alpha$ , definito dalle direzioni della fune ai lati del punto di sospensione di  $p_2$ . Il valore di  $\alpha$  è funzione del valore di  $p_1$ ,  $p_2$  e  $p_3$  (Figura 1).

Nell'esperimento, i ruoli delle grandezze in gioco sono i seguenti:

- $p_1$ ,  $p_2$  e  $p_3$  sono i valori delle forze peso applicate. Le forze peso applicate svolgono il ruolo di *variabili indipendenti*. I loro valori sono impostati dallo sperimentatore e corrispondono ai valori indicati sui pesi stessi. Nel seguito, anziché indicare il valore delle forze peso in Newton, come sarebbe formalmente corretto, utilizzeremo i grammi delle masse dei pesi. Notiamo che tra masse e forze peso sussiste una proporzionalità diretta, la costante di proporzionalità essendo la accelerazione di gravità  $g$ . Perciò, al fine di valutare i moduli delle forze peso, l'impiego dei grammi anziché dei Newton consiste semplicemente nell'impiego di una diversa unità di misura mentre così facendo si preservano le proporzioni tra i valori dei pesi;
- l'angolo  $\alpha$  è la grandezza fisica che in questo esperimento svolge il ruolo di *variabile dipendente*, essa dipende dai fattori (variabili indipendenti) impostati, cioè dai pesi  $p_1$ ,  $p_2$  e  $p_3$ . Il valore di  $\alpha$  è espresso in gradi.

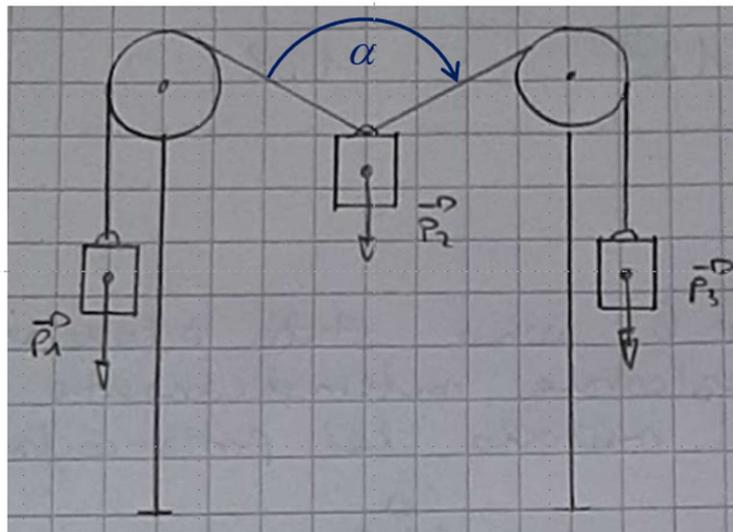


Figura 1

In sintesi le componenti utilizzate nell'esperimento sono:

- pesi da 10/20/30/100 grammi
- 1 fune
- 2 carrucole
- 1 sostegno per il sistema delle carrucole
- materiale per il calcolo matematico (vedi seguito; calcolatrice tascabile, foglio di carta millimetrata)
- goniometro
- compasso
- riga

La verifica della legge di composizione dei vettori consiste nel confronto tra valori calcolati e valori misurati dell'angolo centrale  $\alpha$ , in funzione dei pesi usati nelle diverse prove:

- i valori calcolati di  $\alpha$  sono stati ricavati impiegando i metodi della teoria matematica dei vettori;
- i valori misurati di  $\alpha$  sono ottenuti utilizzando un goniometro da aggiustare in corrispondenza della configurazione del filo ottenuta nelle diverse prove.

Le prove previste sono:

- A. alcune prove in cui i pesi sono tutti uguali. In questi casi, ci si aspetta che per valori diversi del peso l'angolo  $\alpha$  rimanga lo stesso;
- B. alcune prove in cui i pesi sono diversi tra loro; in particolare possiamo considerare:
  - a) il caso in cui  $p_1$  e  $p_3$  sono uguali ma diversi da  $p_2$ ;
  - b) il caso in cui  $p_1$  è diverso da  $p_2=p_3$
  - c) il caso in cui tutti i pesi sono diversi.

Durante l'esperimento sono state eseguite prove sia del tipo A che del tipo B, però nessuna del tipo c). Il piano delle prove pianificate e poi effettivamente eseguite è il seguente:

Prova	p1 (grammi)	p2 (grammi)	p3 (grammi)
1	10	10	10
2	20	20	20
3	20	30	20
4	20	30	30
5	100	100	100
6	120	120	120

## Esecuzione delle prove e valori misurati di $\alpha$

Cominciamo dalla prova 1, montando anzitutto solo i due pesi laterali  $p_1$  e  $p_3$ , entrambi del valore di 10 grammi (Figura 2). In queste condizioni anche le forze applicate alla fune sono uguali ed opposte, la risultante delle forze è nulla e il sistema è in equilibrio, qualunque siano le altezze dei due pesi.

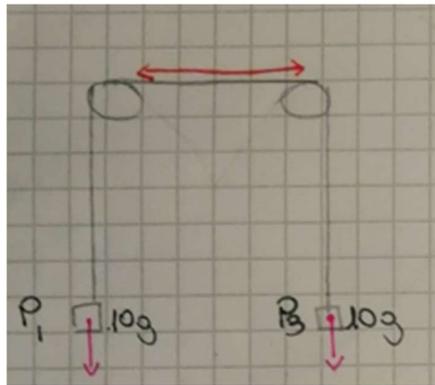


Figura 2.

Appendendo un terzo peso  $p_2$ , in valore uguale ai primi, tra le due carrucole, si può notare che il peso  $p_2$  tende sempre ad andare verso la posizione centrale della fune tra le due carrucole e che forma con i lati del filo un angolo  $\alpha$  pari a circa  $120^\circ$ , misurato con il goniometro (Figura 3). Anche cambiando il valore di tutti i pesi da 10 grammi a 20 grammi (prova 2) si può notare che l'angolo resta invariato.

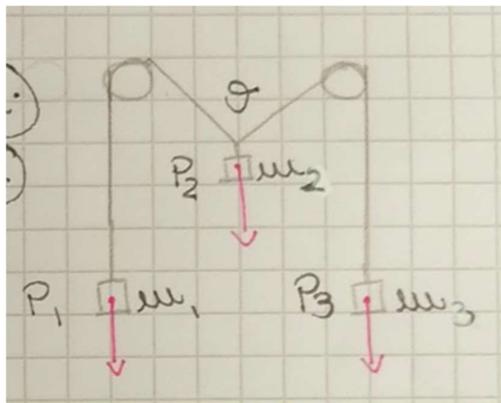


Figura 3.

Se ora si aumenta il peso centrale da 20 grammi a 30 grammi (prova 3), si nota che il peso  $p_2$  resta sempre al centro del tratto di fune ma questa volta tende a posizionarsi più in basso e l'angolo  $\alpha$  risulta più acuto, infatti misura circa  $83^\circ$  (Figura 4).

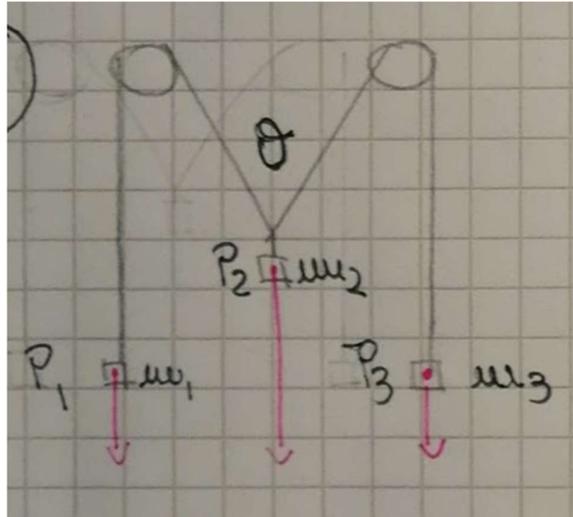


Figura 4.

Quando però sui due lati si posizionano pesi diversi, con  $p_1=20$  grammi e  $p_3=30$  grammi (prova 4), si nota che il peso  $p_2$  (pari a 30 grammi) non tende più a posizionarsi al centro ma tende verso il lato del peso maggiore  $p_3$  (Figura 5). In questo caso si misura un angolo  $\alpha$  pari a circa  $110^\circ$ . La misura è stata eseguita direttamente sul dispositivo e anche fotografando il dispositivo e misurando poi l'angolo sulla immagine (Figure 6 e 7).

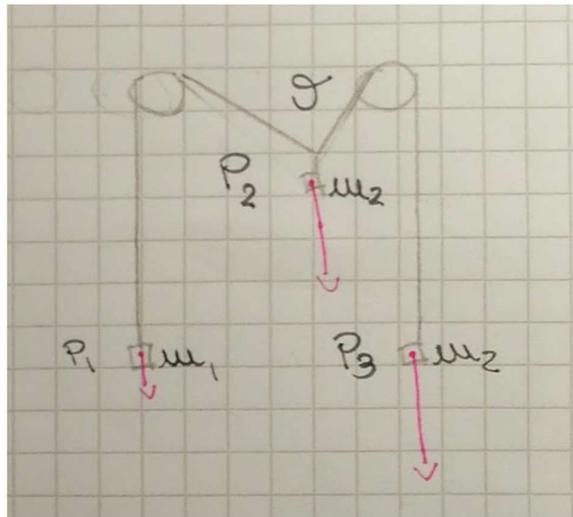


Figura 5.

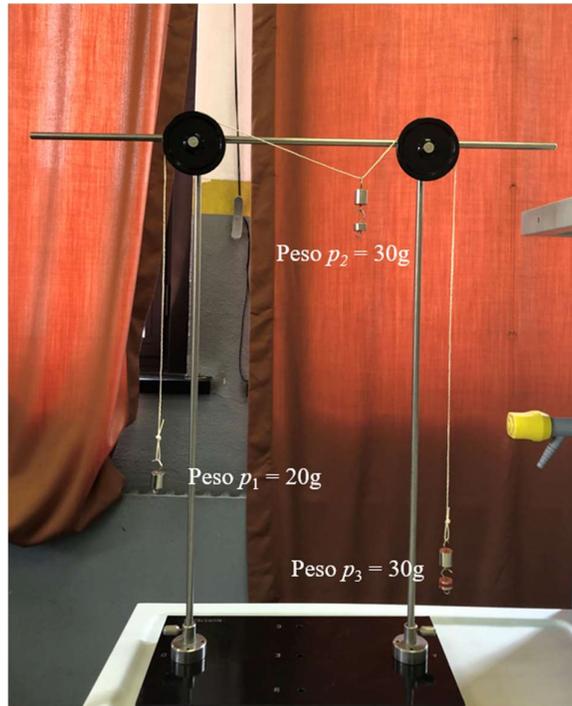
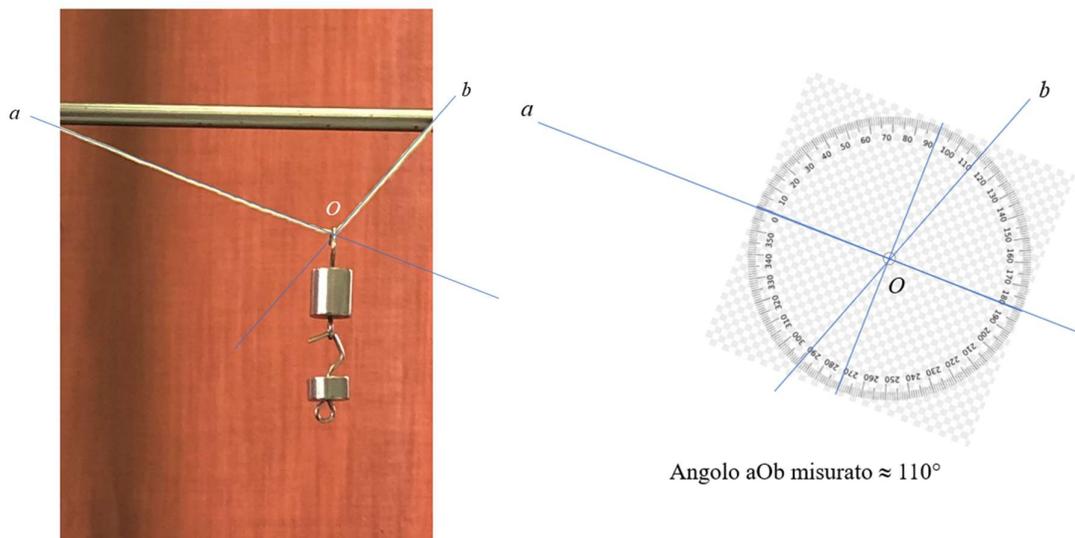


Figura 6. Disposizione sperimentale nel caso della prova 4



Angolo aOb misurato  $\approx 110^\circ$

Figura 7. Misura dell'angolo  $\alpha = aOb$  nel caso della prova 4

La situazione si modifica quando si usano pesi maggiori. Nelle prove 5 e 6 sono stati utilizzati pesi, tutti uguali, pari a 100 grammi e 120 grammi. Nel primo caso (prova 5) l'angolo misura  $125^\circ$ , nel secondo (prova 6)  $128^\circ$ .

In sintesi, i risultati delle prove sono i seguenti:

Prova	p1 (grammi)	p2 (grammi)	p3 (grammi)	$\alpha$ (misurato, gradi °)
1	10	10	10	120
2	20	20	20	120
3	20	30	20	83
4	20	30	30	110
5	100	100	100	125
6	120	120	120	128

### Valori attesi calcolati di $\alpha$

I valori attesi calcolati dell'angolo  $\alpha$  si ricavano nei seguenti modi:

- per le prove 1, 2, 5, 6, si può ricavare l'angolo sfruttando il metodo del punta-coda, secondo il seguente schema: dato che il triangolo costruito con i vettori dei pesi  $p_1$ ,  $p_3$  e con il vettore  $R = -p_2$ , composti usando il metodo punta-coda, è equilatero poichè tutti i lati sono di uguale lunghezza, allora l'angolo  $\alpha$ , che è pari a 2 volte l'angolo tra  $p_3$  ed  $R$ , risulta  $\alpha = 2 \times 60^\circ = 120^\circ$  (Figura 8).

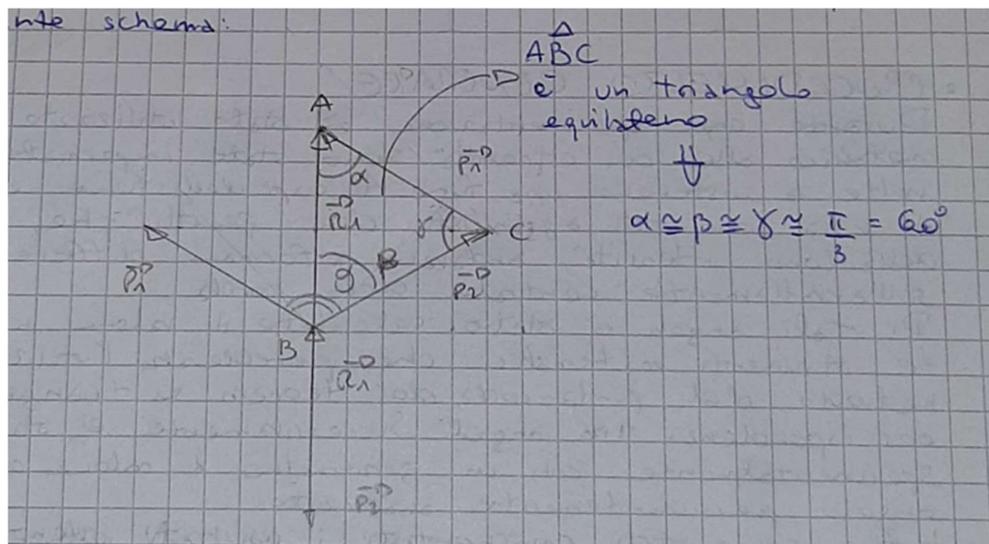


Figura 8.

- per la prova 3, ripetiamo la stessa costruzione del punto precedente. In questo caso il triangolo non è più equilatero e l'angolo  $\alpha$  risulta pari a  $2 \times \theta$ , dove  $\theta$  è un angolo il cui coseno è pari a  $\frac{3}{4}$  (figura xxx). Dalla relazione  $\cos(\theta)=\frac{3}{4}$ , invertendo la equazione tramite la funzione  $\cos^{-1}$  offerta dalle calcolatrici tascabili, si ricava che  $\alpha$  è pari a circa  $82,8^\circ$  (Figura 9).

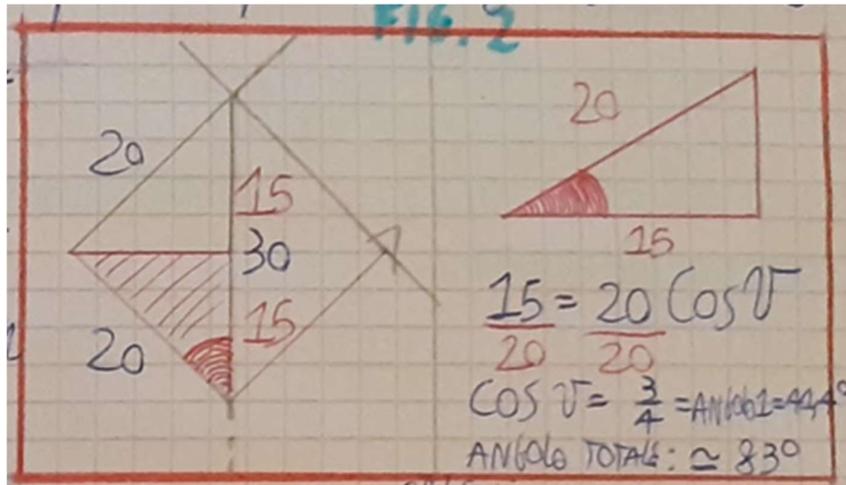
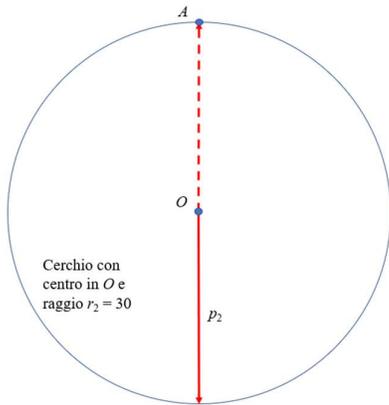


Figura 9.

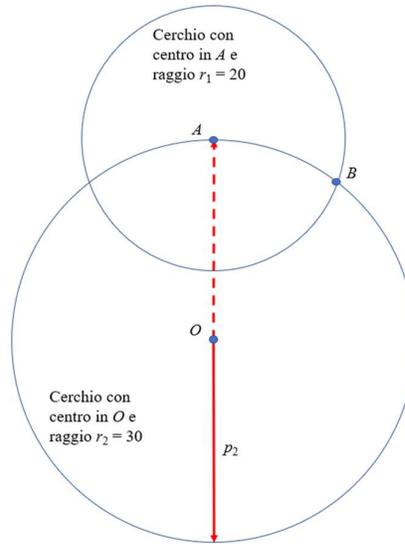
- per la prova 4, l'angolo atteso  $\alpha$  è stato costruito su di un foglio di carta e poi misurato con un goniometro. La costruzione è descritta nel seguito con riferimento alla figura 9. Per costruirlo è stata tracciata la circonferenza di centro O con apertura p2. Su questa circonferenza viene indicato con A il punto che si ottiene come intersezione prolungando la retta su cui giace p2 nella direzione opposta a p2. Il vettore OA è il vettore uguale in modulo e direzione ma con verso opposto a p2. Costruiamo ora un'altra circonferenza di centro A e di apertura p1. È stato trovato il punto B d'intersezione delle due circonferenze. L'angolo avente come lati il prolungamento di OB e il segmento BA è corrispondente ad  $\alpha$  e, valutato con un goniometro, risulta uguale a circa  $110^\circ$ .

In sintesi, i valori attesi degli angoli sono i seguenti:

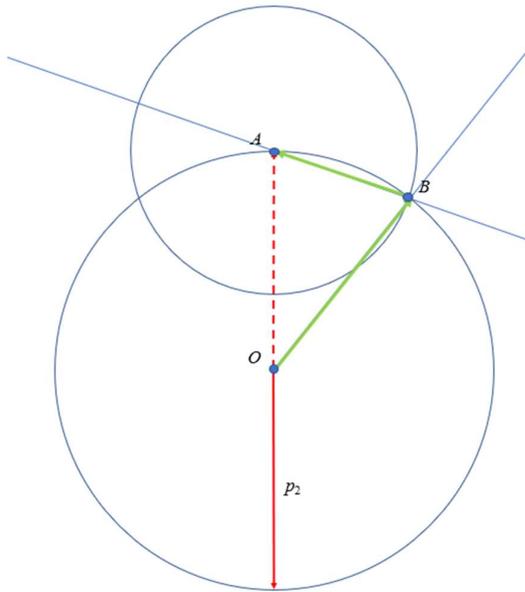
Prova	p1 (grammi)	p2 (grammi)	p3 (grammi)	$\alpha$ (calcolato, gradi °)
1	10	10	10	120
2	20	20	20	120
3	20	30	20	82,8
4	20	30	30	110
5	100	100	100	120
6	120	120	120	120



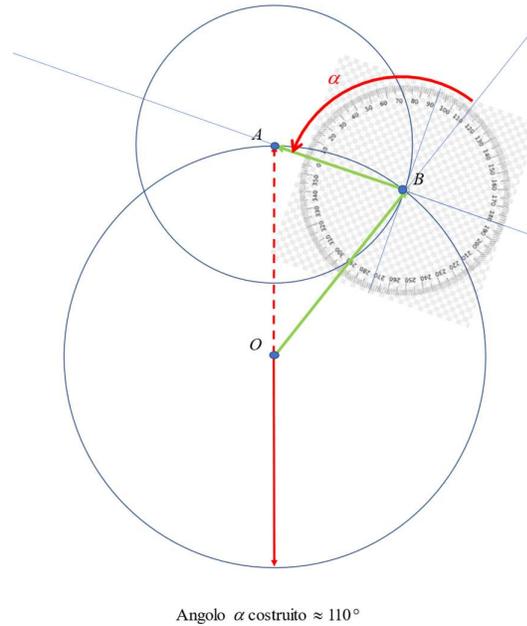
(a)



(b)



(c)



(d)

- Il vettore  $OA$ , uguale ed opposto al vettore  $p_2$ , ha modulo pari a  $r_2=30$
- Il vettore  $OB$  ha modulo pari a  $r_3=r_2=30$
- Il vettore  $BA$  ha modulo pari ad  $r_1=20$
- La somma vettoriale di  $OB$  e  $BA$  è pari al vettore  $OA$

Figura 9. Costruzione del valore atteso di  $\alpha = aOb$  per la prova 4

## Analisi dei risultati

La tabella seguente riporta sia i valori misurati che i valori calcolati di  $\alpha$ .

Prova	p1 (grammi)	p2 (grammi)	p3 (grammi)	$\alpha$ (misurato, gradi °)	$\alpha$ (calcolato, gradi °)
1	10	10	10	120	120
2	20	20	20	120	120
3	20	30	20	83	82.8
4	20	30	30	110	110
5	100	100	100	125	120
6	120	120	120	128	120

Si nota che l'accordo tra teoria e prove sperimentali è buono per le prove da 1 a 4, mentre c'è disaccordo per le prove 5 e 6.

È stato quindi constatato che finché i pesetti che venivano agganciati al sistema di carrucole avevano un'intensità poco rilevante, l'angolo  $\alpha$  misurato era pressoché pari al rispettivo angolo calcolato. Quando poi sono stati utilizzati pesi di intensità maggiore, si è persa la corrispondenza.

Per spiegare questa discrepanza, la nostra ipotesi è che questo avvenga a causa dell'azione della forza di attrito tra ciascuna carrucola e il suo perno. L'effetto dell'attrito della carrucola porta ad un aumento della forza sui lati per cui le forze cui p2 si oppone non sono più soltanto p1 e p3 ma a queste va aggiunta da ambo le parti una componente di forza d'attrito, la quale è tanto più intensa quanto più p1 e p3 sono grandi. Di conseguenza l'angolo aumenta rispetto al caso in cui i pesi erano più piccoli e l'attrito trascurabile. La ipotesi è quindi in grado di spiegare qualitativamente gli effetti misurati, ma andrebbe verificata quantitativamente con ulteriori prove.

## Conclusione e osservazioni

In sintesi, l'esperimento ha consentito di verificare la validità della legge di composizione dei vettori forza peso, nei casi in cui la presenza di altre forze non è trascurabile. In presenza di altre forze, la legge sembra rimanere valida ma occorrerebbe verificare appieno la sua validità misurando anche le forze aggiuntive e inserendole nel calcolo del valore atteso di  $\alpha$ .